

crese

CENTRE DE RECHERCHE
SUR LES STRATÉGIES ÉCONOMIQUES

Quel impact pour les taxis si la loi supprimait toute différence réglementaire entre taxis et VTC ?

ROMAIN BIARD
MARC DESCHAMPS

March 2020

Working paper No. 2020 – 03

CRESE 30, avenue de l'Observatoire
25009 Besançon
France
<http://crese.univ-fcomte.fr/>

The views expressed are those of the authors
and do not necessarily reflect those of CRESE.

UNIVERSITÉ DE
FRANCHE-COMTÉ

QUEL IMPACT POUR LES TAXIS SI LA LOI SUPPRIMAIT TOUTE
DIFFÉRENCE RÉGLEMENTAIRE ENTRE TAXIS ET VTC ?
*Éléments de réponse à partir d'une modélisation sur l'arrivée
aléatoire de nouveaux concurrents**

Romain Biard[‡], Marc Deschamps[§]

March 4, 2020

Résumé

Le numérique et plus particulièrement l'usage de téléphones mobiles multifonctions (i.e *smartphones*) ainsi que l'existence de plateformes sont des modifications majeures, notamment, du marché du transport payant de personnes individuelles. Actuellement la loi française réserve aux taxis le monopole du stationnement sur la chaussée, le maraudage (c'est-à-dire la possibilité d'être hélés sur la voie publique) et le stationnement dédié dans une station située aux abords d'un aéroport, d'une gare ou d'un carrefour urbain. Cet article vise à présenter un essai de modélisation simple de la façon dont les taxis pourraient être financièrement impactés par l'arrivée de nouveaux concurrents dans le cas où la loi viendrait supprimer toute distinction entre les taxis et les VTC (Voiture de Transport avec Chauffeur). Nous distinguons le cas où à chaque pas de temps il y aurait une (ou plusieurs) arrivée(s) *certaine*(s) de concurrent(s) identique(s) ou distinct(s) des concurrents installés, et le cas où il y aurait à chaque pas temps une (ou plusieurs) arrivée(s) *aléatoire*(s) de concurrent(s) identique(s) ou distinct(s) des concurrents installés. Cet exercice nous semble intéressant notamment dans l'éventualité où l'on envisagerait de prendre la décision politique de racheter les licences de taxis, mais aussi pour identifier à partir de quel niveau d'augmentation de la demande généré par un tel changement légal celui-ci serait sans effet sur les gains des taxis.

Mots clés : Taxis, VTC, réglementation, arrivées aléatoires.

Classification JEL : K20, L51, L91, D45, C10, C61.

Exploring the Effects of a French Cab Deregulation with Random Arrivals Models

Abstract

Digital economy has in recent years significantly changed the paid passenger transportation market. This article proposes a simple modeling, in terms of random arrivals, to analyze how French cabs could be economically impacted by an alignment of the legal status of cabs and new operators. This question appears interesting both in the event where it would be politically decided to buy cabs permits, as well as to determine at what level of modification of consumer demand this alignment would be without consequences for taxis.

Keywords: Taxis, regulation, random arrivals.

JEL classification: K20, L51, L91, D45, C10, C61

*Nous remercions Pierre Bernhard, Sylvain Béal, Naomie Mahmoudi, Gisèle Deschamps et Céline Savard-Chambard pour leurs remarques et suggestions. Nous restons naturellement seuls responsables de toutes les erreurs ou approximations qui pourraient subsister.

[‡]Université de Bourgogne-Franche Comté, LMB UMR 6623, 16 route de Gray, 25030 Besançon, France. E-mail: romain.biard@univ-fcomte.fr

[§]Université de Bourgogne-Franche Comté, CRESE, 30 Avenue de l'Observatoire, 25009 Besançon, France. OFCE-Sciences Po et BETA-CNRS. E-mail: marc.deschamps@univ-fcomte.fr

1 Introduction

Le baromètre du numérique proposé par le CREDOC [2019] (Centre de Recherche pour l'Etude et l'Observation des Conditions de Vie) indique entre autres informations que 76% des Français sont équipés d'un ordinateur, 88% sont des internautes, et que 77% sont équipés d'un smartphone. L'« économie numérique » pourrait ainsi sembler se résumer en trois mots : Internet, smartphone, et applications. Pourtant comme le souligne l'Observatoire du numérique géré par la Direction générale des entreprises du ministère de l'économie, cette expression a de multiples acceptions et couvre bien plus de champs. En effet, l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques) considère l'« économie du numérique » comme l'ensemble des secteurs producteurs, distributeurs, et de services des technologies de l'information et de la communication (TIC). Allant au-delà de cette acception, la Direction générale des entreprises y ajoute les entreprises dont l'existence est liée à l'émergence des TIC (e.g jeux vidéo), les entreprises qui utilisent les TIC dans leur activité et gagnent en productivité grâce à elles (e.g banques), et les particuliers et ménages qui utilisent les TIC dans leurs activités quotidiennes (e.g réseaux sociaux). Autrement dit, comme le soulignaient notamment les rapports Lemoine [2014] et celui du CAE (Conseil d'Analyse Economique) [2015], ce sont peu à peu toutes nos économies qui deviennent numériques. Cela entraîne des effets transversaux et profonds, nécessitant bien souvent des réorganisations économiques, politiques et sociales de nos sociétés puisqu'elles ont des effets sur les pays, les régions, les entreprises et les consommateurs comme en atteste la mise en perspective dressée par Goldfarb et Tucker [2019].

Les prolégomènes de ces changements au niveau de l'analyse économique furent en particulier mis en évidence par Varian et Shapiro [1999] il y a vingt ans, lesquels soulignaient à la fois combien la théorie économique standard était utile et dans quelles directions elle devait évoluer. Aujourd'hui grâce au progrès de la recherche (Goldfarb et Tucker [2019]), pour tout économiste, dans chaque domaine de spécialité qui est le sien, l'économie numérique renvoie notamment aux manifestations et effets des concepts de : rendements croissants, effets de réseaux directs et indirects, marchés multifaces, plates-formes, baisse des coûts de transaction, écosystèmes, coût de commutation, appariements, innovations ouvertes, données personnelles, bien public, bien commun, et algorithmes d'apprentissage.

Cette évolution réelle et théorique nous a conduits à nous interroger sur la question de l'impact d'arrivées aléatoires de nouveaux opérateurs, lesquels peuvent être du même type que ceux déjà présents ou d'un autre type (plus efficace ou moins efficace), sur les opérateurs présents sur ce marché.

Sous l'angle théorique la question du nombre de joueurs est en général tranchée par le fait qu'il s'agit d'une donnée exogène du modèle, il y a un nombre fixé n de joueurs, ce nombre pouvant (ou non) être connu des joueurs, mais il est dans tous les cas une connaissance du modélisateur comme peut en attester la consultation des manuels de théorie des jeux (e.g Béal et Gabuthy [2018]). A titre d'exemple, dans les jeux bayésiens, l'incertitude ne porte pas sur le nombre de joueurs, mais sur leurs caractéristiques. A notre connaissance, trois voies dans la littérature ont été développées en théorie des jeux pour traiter de la question de l'incertitude du nombre de joueurs. La première, la plus ancienne, utilise la notion de joueurs actifs parmi un nombre de joueurs potentiels donné et connaissance commune, le nombre de *joueurs actifs* n'étant lui pas connaissance commune. Comme le soulignent Levin et Ozdenoren [2004] cette voie a pris deux formes : (a) la modélisation du nombre de joueurs actifs selon un processus stochastique portant sur l'ensemble des joueurs potentiels, ou (b) une endogénéisation du processus d'entrée dans

laquelle le processus stochastique porte sur la décision (ou non) d'entrée de chaque entrant potentiel. Ce type de modèle permet, par exemple, de traiter des situations d'enchères en ligne sur les sites où le nombre d'inscrits est connu de tous mais où le nombre d'enchérisseurs est inconnu. Une deuxième voie dans la littérature a été proposée par Myerson [1998a] [1998b] [2000] à travers la notion de *jeux avec population incertaine*. Dans ce type de jeux le nombre réel de joueurs sur le marché n'est pas connaissance commune, c'est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité et la moyenne sont connaissance commune. Parmi cette classe de jeux, la sous-classe des jeux de Poisson (où le nombre de joueurs est une variable aléatoire qui suit une distribution de Poisson) est celle qui a reçu le plus d'attention, notamment parce qu'elle subsume les jeux bayésiens. Cette modélisation a notamment été utilisée par Myerson dans le domaine des élections, où aucun votant ne connaît le nombre réel de votants lorsqu'il vote, ou par Östling et al. [2011] pour étudier une loterie suédoise appelée Limbo. Enfin, la troisième voie empruntée dans la littérature correspond à l'approche développée par Bernhard et Deschamps [2016] [2017], dans laquelle personne ne connaît *ex ante* l'ensemble des joueurs à chaque période, mais où sont connaissance commune : (a) la taille du marché à chaque période, (b) le nombre de joueurs déjà présents sur celui-ci à la période précédente, et (c) le fait qu'à chaque période il peut y avoir une (ou des) entrée(s) selon un processus stochastique connu. Notre contribution s'inscrit dans cette dernière lignée et l'étend en permettant, à la différence de ces auteurs, que les nouveaux entrants ne soient pas du même type que ceux déjà présents sur le marché.

Parmi les domaines d'application où ce dernier type de modèle peut se révéler utile, nous considérons que le domaine de la régulation française du marché du transport payant de personnes individuelles offre un cas topique. En effet depuis l'arrivée d'Uber en 2012, suivi par d'autres entreprises (e.g Lyft, Chauffeur privé, Marcel, SnapCar, Greentomato-cars, AlloCab, Taxify, LeCab, Heetch, Drive, Didi), le marché français des taxis est entré en turbulence. D'aucuns considèrent dès lors que du fait des évolutions de la technologie et des usages des consommateurs, il faut reconsidérer la législation française en alignant les différents statuts de l'ensemble des différents opérateurs. Cette proposition rejoint sur le fond l'idée développée par certains économistes, à l'instar de Delpla et Wyplosz [2007], qui ont proposé de procéder à une modification substantielle de la régulation du marché des taxis en France en suggérant que l'Etat rachète l'ensemble des licences de taxis, puis en ouvrant beaucoup plus largement ce marché à la concurrence. Cette proposition, fondée sur un principe de compensation des détenteurs actuels d'une licence de taxi, au-delà de ses mérites éventuels nécessite évidemment une évaluation du prix auquel ces licences devraient être rachetées, ce que notre modélisation pourrait peut-être aider à faire. Il a également été souligné que l'Etat, c'est-à-dire *in fine* le contribuable, n'était pas nécessairement celui qui devait financer ce rachat. Celui-ci pourrait également être effectué par l'instauration d'une taxe sur les clients, ou par la constitution d'un fond abondé par tous les opérateurs présents sur le marché du transport payant de personnes individuelles.

Par ailleurs, même si de longue date les économistes s'intéressent aux taxis, aucun modèle n'a traité à notre connaissance de la question de l'impact de l'arrivée aléatoire de nouveaux entrants dans un modèle où le nombre de joueurs n'est connu de personne *ex ante*. Sans prétendre fournir une revue complète de la littérature économique portant sur les taxis, il nous semble cependant que celle-ci peut actuellement être à grands traits décomposée en quatre thématiques. La première concerne la question de la régulation du marché des taxis et renvoie en particulier aux travaux de De Vany [1975], Shroeter [1983] et Gallick et Sick [1987]. Elle a été récemment complétée par l'article de Cramer

et Krueger [2016] qui fournissent une étude statistique sur l'utilisation des capacités des chauffeurs de taxi et des chauffeurs UberX dans cinq villes américaines, en concluant que les seconds dépassent les premiers en moyenne de 30% en temps et de 50% en distance ; ainsi que par l'article de Fréchette et al. [2019], qui développe et estime un modèle d'équilibre général dynamique pour étudier le rôle et l'amplitude des frictions d'appariement et des restrictions sur l'entrée du marché des taxis à New-York. La deuxième thématique développée a trait au travail des chauffeurs de taxis et a offert, depuis 1997, une bataille entre modèles comportementaux et modèles néoclassiques. En effet l'article de Camerer et al. [1997] a mis en évidence l'existence d'un biais de cadrage étroit (*narrow framing*) chez les chauffeurs de taxis new-yorkais non-expérimentés les conduisant, contrairement aux prédictions de la modélisation standard, à décider de moins travailler lorsque le salaire réel est plus élevé. Ce résultat a été vigoureusement contesté notamment par Farber [2005] [2008] [2015], tant sous l'angle théorique qu'économétrique. Le point final de cette controverse sera, peut-être, l'article de Thakral et Tö [2020] qui utilisent une approche théorique dynamique avec viscosité du point de référence ainsi qu'un modèle économétrique structural de l'offre journalière de travail des taxis new-yorkais. Leur étude souligne l'importance de la vitesse d'ajustement du point de référence et conclut ainsi à une réconciliation de l'interprétation standard et de l'interprétation comportementale de la décision des chauffeurs de taxi new-yorkais concernant le choix du nombre d'heures durant lesquelles ils vont travailler. La troisième thématique, correspondant aux travaux relatifs au fonctionnement du marché des taxis, peut être illustrée par l'article de Jackson et Schneider [2011] qui étudie la réduction de l'aléa moral dans un contexte de connections sociales à partir des chauffeurs de taxis new-yorkais, et conclut que lorsqu'un chauffeur de taxi loue son taxi à un propriétaire ayant le même pays de naissance que lui, il prend plus soin du véhicule ; ainsi qu'avec l'article de Balafoutas et al. [2013] qui présente une expérience de terrain sur la notion de fraude dans le cas d'un bien de confiance dans le cadre du service des taxis à Athènes, en étudiant à la fois l'ampleur et le type de fraude, selon la perception qu'a le chauffeur de taxi du client concernant (a) sa connaissance de la ville, (b) sa connaissance du système de tarification, et (c) son revenu. Enfin une quatrième thématique, plus récente, est celle relative à l'impact sur le surplus des consommateurs de l'arrivée des applications mobiles dans le domaine des transports payants de personnes individuelles, comme en atteste Cohen et al. [2016], lesquels estiment qu'UberX fut en 2015 la source d'une augmentation de près de 7 milliards de dollars pour les consommateurs américains.

L'ensemble des éléments précédents nous conduisent à penser que notre contribution pourrait simultanément constituer un apport théorique (la prise en compte de joueurs de différents types dans un modèle d'arrivées aléatoires de joueurs) et un apport en termes d'économie appliquée (dans le cadre de la régulation des taxis). Le reste de l'article est organisé de la manière suivante. Notre deuxième section présente notre modélisation dans le cas d'arrivées certaines de joueurs. Une troisième section présente notre modèle avec des arrivées aléatoires de joueurs. La quatrième section rappelle certains éléments essentiels de la question de la régulation française du marché des taxis. La cinquième section offre une illustration de l'utilisation de notre modèle dans le cas de la ville de Besançon. Enfin la dernière section conclut notre article.

2 Un modèle avec arrivées *certaines* de concurrents

L'idée de considérer une modélisation avec arrivée(s) certaine(s) de joueur(s) à chaque pas de temps sur un marché constant où tous les joueurs, ceux installés et les nouveaux

entrants, sont identiques est triviale. Elle s'apparente simplement à l'idée que l'on a, à chaque pas de temps, un même gâteau à se partager avec un nombre de joueurs qui peu à peu augmente. Le résultat est simple à prévoir : la taille de gâteau de chacun décroît linéairement de manière certaine au fur et à mesure, jusqu'à tendre vers zéro.

Évidemment, sans changer cette conclusion, le résultat à chaque pas de temps devient probabiliste dans une situation où un nouvel entrant, ayant (ou non) avec une certaine probabilité le même profil que les joueurs déjà installés, fait son entrée. Cette situation présente cependant un double intérêt. D'une part elle pourrait correspondre à la situation d'un nouveau marché réglementé où le régulateur annonce à l'avance qu'il va donner n autorisations d'exercer pour commencer et qu'il fera croître le nombre d'autorisation d'une unité à chaque pas de temps, mais où personne ne sait *ex ante* si les nouveaux entrants seront (ou non) identiques aux joueurs déjà présents sur le marché. D'autre part cette modélisation nous permet d'avoir un cadre de référence que l'on peut comparer avec les situations décrites dans la section suivante de l'article où les arrivées sont aléatoires. Nous considérerons successivement ici le cas binaire où le nouvel entrant à chaque période peut être du même type que les joueurs installés ("bon" ou "mauvais") (Cas n° 1), puis le cas où le nouvel entrant appartient à un *continuum* de types différents (Cas n° 2). Ces deux cas sont présentés en horizon fini et en horizon infini, en considérant que sont connaissance commune, à la fois, la taille du marché, le nombre de joueurs présents au début du jeu, ainsi que le processus stochastique d'arrivée du nouvel entrant.

2.1 Cas n° 1 : Deux types de profils

Dans cette partie, nous considérons le cas où un nouveau joueur arrive de manière certaine à chaque pas de temps, avec un profil aléatoire :

- avec probabilité q , nous le qualifierons de "bon" joueur ;
- et avec probabilité $1 - q$, comme un "mauvais" joueur.

La situation commence avec $m(0)$ joueurs au temps 0 qui se partagent entre $m_+(0)$ "bons" joueurs et $m_-(0)$ "mauvais" joueurs. Soit c le revenu constant que se partagent les joueurs à chaque pas de temps. Soit $c_+(t)$ (resp. $c_-(t)$) la part récupérée par un "bon" (resp. "mauvais") joueur au temps t et $m_+(t)$ (resp. $m_-(t)$) nombre de "bons" (resp. "mauvais") joueurs au temps t . On obtient, pour $t \geq 0$,

$$m_+(t)c_+(t) + m_-(t)c_-(t) = c, \quad (1)$$

et

$$m_+(t) + m_-(t) = m_+(0) + m_-(0) + t, \quad (2)$$

Nous faisons ici l'hypothèse que

$$c_+(t) = \alpha c_-(t) \text{ avec } \alpha > 1, \quad (3)$$

En combinant (1), (2) et (3), on obtient

$$c_+(t) = \frac{\alpha c}{(\alpha - 1)m_+(t) + m_+(0) + m_-(0) + t}.$$

Remarquons ici que

$$m_+(t) = m_+(0) + n_+(t),$$

où $n_+(t)$ est une variable aléatoire distribuée selon une loi binomiale de paramètres t et q . On obtient finalement

$$c_+(t) = \frac{\alpha c}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + t}.$$

Proposition 2.1 *Le revenu actualisé au taux r acquis au temps t par un 'bon' joueur présent au temps 0 est donné par*

$$\Pi_0^{+,e} := \mathbb{E}[\Pi_0^+] = \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \frac{1 - (r(1-q)x + rqx^\alpha)^{T+1}}{1 - r(1-q)x - rqx^\alpha} dx. \quad (4)$$

Corollaire 2.2 *Pour un horizon infini, le résultat précédent devient*

$$\Pi_{0,+\infty}^{+,e} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_0^{+,e} = \alpha c \int_0^1 \frac{x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1}}{1 - r(1-q)x - rqx^\alpha} dx. \quad (5)$$

Preuve. En remarquant que $0 \leq rx(1-q + qx^{\alpha-1}) < 1$, le résultat s'obtient en utilisant le théorème de convergence dominée. \square

Corollaire 2.3 *Pour $\alpha = 2$ et avec un unique 'bon' joueur, et sans 'mauvais' au temps 0, on obtient*

$$\Pi_{0,+\infty}^{+,e} = -\frac{c}{q} \left\{ \frac{1}{r} \ln(1-r) + \frac{(1-q)}{\sqrt{\Delta}} \ln \left(\frac{2 - r(1-q) + \sqrt{\Delta}}{2 - r(1-q) - \sqrt{\Delta}} \right) \right\}, \quad (6)$$

avec $\Delta = r^2(1-q)^2 + 4rq$.

2.2 Cas n° 2 : un *continuum* de profil

Dans cette partie, nous avons toujours $m(0)$ joueurs présents au temps 0 avec un revenu acquis à la t -ème période de $c_0(t)$ chacun. A chaque pas de temps, un nouveau joueur i entre et son profit sera $\beta_i c_0(t)$ à la t -ème période, $t \geq i$ avec β_i une variable aléatoire positive. On suppose ici que $(\beta_i)_{i \geq 1}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées et on note $M_\beta(s) = \mathbb{E}[e^{s\beta}]$ leur fonction génératrice des moments commune. Soit c le revenu à se partager à chaque pas de temps. On obtient

$$m(0)c_0(0) = c,$$

et, pour $t \geq 1$,

$$m(0)c_0(t) + \sum_{i=1}^t \beta_i c_0(t) = c,$$

soit

$$c_0(t) = \frac{c}{m(0) + \sum_{i=1}^t \beta_i}.$$

Proposition 2.4 *Le revenu actualisé au taux r acquis au temps t par un joueur présent au temps 0 est donné par*

$$\Pi_0^e := \mathbb{E}[\Pi_0] = c \int_0^1 x^{m(0)-1} \frac{1 - (rM_\beta(\ln(x)))^{T+1}}{1 - rM_\beta(\ln(x))} dx. \quad (7)$$

Corollaire 2.5 *Pour un horizon infini, le résultat précédent devient*

$$\Pi_{0,+\infty}^e = \lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_0^e = c \int_0^1 \frac{x^{m(0)-1}}{1 - rM_\beta(\ln(x))} dx. \quad (8)$$

Preuve. Comme $0 \leq x \leq 1$ et $\beta > 0$ p.s. alors $0 \leq x^\beta \leq 1$ a.s. et $0 \leq M_\beta(\ln(x)) = \mathbb{E}[x^\beta] \leq 1$. Comme $0 < r < 1$, alors $0 \leq rM_\beta(\ln(x)) < 1$, et le résultat s'obtient en utilisant le théorème de convergence dominée. \square

Remarque 2.6 *Si*

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{avec une probabilité } q \\ 1/\alpha & \text{avec une probabilité } 1 - q \end{cases}$$

avec $q \in (0, 1)$ et $\alpha > 1$, on retrouve le modèle de la Section 2.1.

3 Un modèle avec arrivées *aléatoires* de concurrents

Dans le contexte d'une modélisation avec arrivées aléatoires de joueurs nous considérons trois cas. Le premier correspond à des arrivées aléatoires de joueurs parfaitement identiques aux joueurs déjà présents sur le marché en généralisant un résultat de Bernhard et Deschamps [2017] (Cas n° 1bis). Le deuxième cas s'intéresse à la situation où un nouvel entrant peut (ou non) arriver à chaque période en étant du même type (ou d'un autre type) que les joueurs installés (Cas n° 2bis). Enfin, le dernier cas considère la situation où à chaque pas de temps un nouvel entrant peut (ou non) arriver à chaque période en étant d'un type appartenant à un *continuum* de types différents (Cas n° 3). Ces trois cas sont présentés en horizon fini et en horizon infini, en considérant que sont connaissance commune, à la fois, la taille du marché, le nombre de joueurs présents au début du jeu, ainsi que le processus stochastique d'arrivée du nouvel entrant.

3.1 Arrivées aléatoires de joueurs identiques (cas n° 1bis)

Soit $m(t)$ le nombre de joueurs présents au temps t . On peut écrire ici $m(t) = m(0) + n(t)$ avec $n(t)$ le nombre de nouveaux joueurs arrivés et présents au temps t et $m(0)$ le nombre de joueurs présents au début. Soit N_i , $i \geq 1$ le nombre de joueurs qui arrivent à la période i , ainsi $n(t) = \sum_{i=1}^t N_i$. On suppose que les $(N_i)_{i \geq 1}$ forment une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées avec $G_N(z) = \mathbb{E}[z^{N_i}]$ leur fonction génératrice des probabilités commune. Soit c le revenu à se partager à chaque pas de temps.

Proposition 3.1 *Le revenu actualisé au taux r acquis au temps t par un joueur présent au temps 0 est donné par*

$$\Pi_0^e := \mathbb{E}[\Pi_0] = c \int_0^1 x^{m(0)-1} \frac{1 - (rG_N(x))^{T+1}}{1 - rG_N(x)} dx. \quad (9)$$

Corollaire 3.2 *Pour un horizon infini, le résultat précédent devient*

$$\Pi_{0,+\infty}^e := \lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_0^e = c \int_0^1 \frac{x^{m(0)-1}}{1 - rG_N(x)} dx. \quad (10)$$

Preuve. On remarque que $0 \leq rG_N(x) < 1$, et on obtient le résultat en utilisant le théorème de convergence dominée. \square

Exemple 3.3 *On suppose ici qu'il y a un unique joueur au commencement, soit $m(0) = 1$.*

Cas Bernoulli : On suppose ici que $N \sim \mathcal{B}(p)$ soit $G_N(x) = 1 - p + px$ et

$$\Pi_{0,+\infty}^e = c \int_0^1 \frac{1}{1 - r(1 - p + px)} dx = \frac{c}{pr} \ln \left(1 + \frac{pr}{1 - r} \right),$$

qui est le résultat qu'on retrouve dans Bernhard et Deschamps [2017], Théorème 3.

2. *Cas Binomial : On suppose maintenant que $N \sim \mathcal{B}(n, p)$ soit $G_N(x) = (1 - p + px)^n$ et*

$$\Pi_{0,+\infty}^e = c \int_0^1 \frac{1}{1 - r(1 - p + px)^n} dx,$$

et pour $n = 2$,

$$\Pi_{0,+\infty}^e = c \int_0^1 \frac{1}{1 - r(1 - p + px)^2} dx = \frac{1}{2p\sqrt{r}} \ln \left(\frac{1 - r^2 + p(r + \sqrt{r})}{1 - r^2 + p(r - \sqrt{r})} \right).$$

Pour $n > 2$, la formule est fastidieuse à obtenir mais peut être facilement calculée numériquement.

3. *Cas Géométrique : Ici, $N \sim \mathcal{G}(p)$ (Distribution géométrique de paramètre p dont le support commence de 0) soit $G_N(x) = \frac{p}{1 - (1-p)x}$ et*

$$\Pi_{0,+\infty}^e = c \int_0^1 \frac{1}{1 - r \frac{p}{1 - (1-p)x}} dx = c(1 - r) - \frac{crp}{1 - p} \ln p.$$

4. *Cas Poisson : Ici, $N \sim \mathcal{P}(\lambda)$ soit $G_N(x) = e^{\lambda(x-1)}$ et*

$$\Pi_{0,+\infty}^e = c \int_0^1 \frac{1}{1 - re^{\lambda(x-1)}} dx = c\lambda \ln \left(\frac{e^\lambda - r}{1 - r} \right).$$

3.2 Arrivées aléatoires de joueurs ayant des profils aléatoires

A présent nous considérons successivement la situation où de nouveaux entrants arrivent de manière aléatoire sur le marché et où ceux-ci peuvent être d'un type "bon" ou "mauvais", ou être d'un type appartenant à un *continuum*.

3.2.1 Cas n° 2bis : Deux types de profil

Dans cette partie, nous commençons avec $m(0)$ joueurs au temps 0 partagés entre $m_+(0)$ "bons" joueurs et $m_-(0)$ "mauvais" joueurs. Également, comme dans la Section 3.1, soit $n(t)$ le nombre de nouveaux joueurs arrivés et présents au temps t . Soit N_i , $i \geq 1$ le nombre de joueurs arrivant lors de la i -ème période. Nous avons donc $n(t) = \sum_{i=1}^t N_i$. Nous faisons ici l'hypothèse que les $(N_i)_{i \geq 1}$ forment une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées avec $G_N(z) = \mathbb{E}[z^N]$ leur fonction génératrice des

probabilités commune. Chaque nouveau joueur arrive avec un profil “bon” avec probabilité q et “mauvais” avec probabilité $1 - q$. Soit c le revenu constant que se partagent les joueurs à chaque pas de temps. Soit $c_+(t)$ (resp. $c_-(t)$) la part récupérée par un “bon” (resp. “mauvais”) joueur au temps t et $m_+(t)$ (resp. $m_-(t)$) nombre de “bons” (resp. “mauvais”) joueurs au temps t . On a donc, pour $t \geq 0$,

$$m_+(t)c_+(t) + m_-(t)c_-(t) = c, \quad (11)$$

et

$$m_+(t) + m_-(t) = m_+(0) + m_-(0) + n(t), \quad (12)$$

On suppose que

$$c_+(t) = \alpha c_-(t) \text{ avec } \alpha > 1, \quad (13)$$

En combinant (1), (2) et (3), on obtient

$$c_+(t) = \frac{\alpha c}{(\alpha - 1)m_+(t) + m_+(0) + m_-(0) + n(t)}.$$

On peut remarquer ici que

$$m_+(t) = m_-(t) + (0) + n_+(t),$$

où $n_+(t)$ est une variable aléatoire distribuée, sachant $n(t)$, selon une loi binomiale de paramètres $n(t)$ et q . Finalement, on obtient

$$c_+(t) = \frac{\alpha c}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + n(t)}.$$

Proposition 3.4 *Le revenu actualisé au taux r acquis au temps t par un ‘bon’ joueur présent au temps 0 est donné par*

$$\Pi_0^{+,e} := \mathbb{E}[\Pi_0^+] = \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \frac{1 - (rG_N((1 - q)x + qx^\alpha))^{T+1}}{1 - rG_N((1 - q)x + qx^\alpha)} dx. \quad (14)$$

Corollaire 3.5 *Pour un horizon infini, le résultat précédent devient*

$$\Pi_{0,+\infty}^{+,e} = \lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_0^{+,e} = \alpha c \int_0^1 \frac{x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1}}{1 - rG_N((1 - q)x + qx^\alpha)} dx.$$

Preuve. On a $0 \leq x \leq 1$, $0 < q < 1$ et $\alpha > 1$ donc $0 \leq (1 - q)x + qx^\alpha \leq 1$. Comme $N \geq 0$ a.s. et $0 < r < 1$, $0 \leq rG_N((1 - q)x + qx^\alpha) < 1$ et à partir du théorème de convergence monotone on obtient le résultat. \square

Corollaire 3.6 *Pour $\alpha = 2$, avec un unique ‘bon’ joueur et sans ‘mauvais’ au temps 0 et $N \sim \mathcal{B}(p)$, on obtient*

$$\Pi_{0,+\infty}^{+,e} = \frac{c}{q} \left\{ \frac{1}{rp} \ln \left(1 + \frac{pr}{1 - r} \right) - \frac{(1 - q)}{\sqrt{\Delta}} \ln \left(\frac{2 - r(2 - p - pq) + \sqrt{\Delta}}{2 - r(2 - p - pq) - \sqrt{\Delta}} \right) \right\},$$

où $\Delta = r^2 p^2 (1 - q)^2 + 4rpq(1 - r(1 - p))$.

3.2.2 Cas n° 3 : un *continuum* de profil

Ici, $m(0)$ joueurs sont présents au temps 0 et le revenu de chaque joueur est commun et égal à $c_0(t)$ sur la période t . À chaque période $i \geq 1$, un nombre aléatoire de joueurs arrive, qu'on note N_i , $i \geq 1$. Nous faisons ici l'hypothèse que les $(N_i)_{i \geq 1}$ forment une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées avec $G_N(z) = \mathbb{E}[z^N]$ leur fonction génératrice des probabilités commune. Un joueur k_i ($1 \leq k_i \leq N_i$) qui arrive sur la période i a un profit égal à $\beta_i^{(k_i)} c_0(t)$ sur cette période avec $\beta_i^{(k_i)}$ une variable aléatoire positive. Nous supposons également que les $\beta_i^{(k_i)}$, $i \geq 1$, $1 \leq k_i \leq N_i$ forment une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées et indépendantes de la suite $(N_i)_{i \geq 1}$ et on note par $M_\beta(s) = \mathbb{E}[e^{s\beta}]$ leur fonction génératrice des moments commune. Soit c le revenu à se partager à chaque pas de temps. On obtient

$$m(0)c_0(0) = c,$$

et, pour $t \geq 1$,

$$m(0)c_0(t) + \sum_{i=1}^t \sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)} c_0(t) = c,$$

ainsi

$$c_0(t) = \frac{c}{m(0) + \sum_{i=1}^t \sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)}}.$$

Proposition 3.7 *Le revenu actualisé au taux r acquis au temps t par un joueur présent au temps 0 est donné par*

$$\Pi_0^e := \mathbb{E}[\Pi_0] = c \int_0^1 x^{m(0)-1} \frac{1 - (rG_N(M_\beta(\ln(x))))^{T+1}}{1 - rG_N(M_\beta(\ln(x)))} dx. \quad (15)$$

Corollaire 3.8 *Pour un horizon infini, le résultat précédent devient*

$$\Pi_{0,+\infty}^e = \lim_{T \rightarrow \infty} \Pi_0^e = c \int_0^1 \frac{x^{m(0)-1}}{1 - rG_N(M_\beta(\ln(x)))} dx. \quad (16)$$

Preuve. Comme $0 \leq x \leq 1$ et $\beta > 0$ p.s. alors $0 \leq x^\beta \leq 1$ a.s. et $0 \leq M_\beta(\ln(x)) = \mathbb{E}[x^\beta] \leq 1$. De plus, $N \geq 0$ p.s. et $0 < r < 1$, donc $0 < rG_N(M_\beta(\ln(x))) < 1$ et en utilisant le théorème de convergence dominée, on obtient le résultat. \square

Remarque 3.9 *Si*

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{avec une probabilité } q \\ 1/\alpha & \text{avec une probabilité } 1 - q \end{cases}$$

avec $q \in (0, 1)$ et $\alpha > 1$, on retrouve le modèle de la Section 3.2.1.

4 Le marché français du transport payant des personnes individuelles

Dans le cadre de son dernier ouvrage portant sur la conception des marchés, Roth [2017] souligne que la réussite de tout marché repose sur sa capacité à résoudre en permanence quatre problèmes : 1/ rendre le marché dense (i.e avoir le plus de participants

possible au marché), 2/ avoir un marché sans congestion (i.e avoir plus de fluidité), 3/ assurer une participation sans risque et 4/ assurer une participation simple. A notre connaissance, à travers le monde, tous les pays ont considéré que leur marché du transport payant de personnes individuelles ne pouvait réussir à résoudre de façon sûre et efficiente ces problèmes sans l'adoption d'une réglementation spécifique. En effet, en l'absence de toute réglementation, ces marchés pourraient notamment avoir beaucoup trop de chauffeurs (ce qui entraînerait de la congestion), ceux-ci pourraient pour certains être inaptes et dangereux (risque), et les consommateurs seraient incertains quant au prix d'une course (manque de simplicité). Ainsi, même dans le cas où les marchés ont été libéralisés comme aux Pays-Bas ou à Long Beach en Californie, il existe une réglementation. Autrement dit, le marché du transport payant de personnes individuelles doit être réglementé pour : 1/ éviter la congestion et la pollution, 2/ assurer la sécurité des passagers ainsi que de l'ensemble de la population (permis de conduire valide, respect du temps de conduite et de la capacité physique et intellectuelle des chauffeurs à conduire, bonne moralité des chauffeurs), et 3/ éviter les fraudes en matière de tarification et les "rançons" comme en témoigne l'anecdote dite du « taxi fou » de Jérusalem racontée par Nalebuff et Brandenburger [1996]¹. La prise en compte de ces éléments a principalement conduit, dans le cas français, à l'instauration d'un *numerus clausus* en termes de licences (i.e autorisation de stationnement), d'un monopole des taxis pour le maraudage et le stationnement dans certains lieux tels que les aéroports ou les gares, à la constitution de la profession réglementée de taxi (avec notamment une certification de capacité professionnelle, une carte professionnelle et l'obligation d'accepter une course), et à l'instauration obligatoire de taximètres et d'un dispositif extérieur lumineux.

Comme le constate Allègre [2015] les débats sur la réglementation du marché du transport payant de personnes individuelles en France sont extrêmement anciens, puisque la première réglementation date du XVII^e siècle. La contribution de Papayanis [1986] portant sur le fiacre à Paris entre 1790 et 1855 mérite également d'être mentionnée, puisqu'elle souligne la récurrence des difficultés. Et depuis, beaucoup de débats et de changements technologiques et réglementaires ont eu lieu. Sans nous livrer à une étude détaillée de ces évolutions, nous souhaiterions présenter dans un premier temps les principales évolutions juridiques de ce marché depuis l'arrivée d'Uber en nous appuyant principalement sur Noguellou [2018], puis, dans un second temps, indiquer brièvement la situation actuelle du

¹ « There is a now somewhat infamous –yet true– story about one of your authors and a late-night taxi ride in Jerusalem. Some time ago, Barry and a colleague, John Geanakoplos, got into an Israeli taxi and gave the driver directions to their hotel. The driver headed off but didn't turn on his meter. When they asked him about this, he explained that he loved Americans and promised them a special fare. Special, huh? As Barry and John sat in the backseat, they did their quick-and-dirty game theory analysis. They realized that if they bargained hard now and negotiations broke down, they might have to find another taxi, not an easy task. But, they reasoned, their position would be much stronger if they waited until they arrived at the hotel. Then the driver should be willing to take whatever they offered. They arrived. The driver demanded 2,500 Israeli shekels (\$2.75). Who knew if this was fair? But people generally bargain in Israel, so they counteroffered 2,200 shekels. The driver was outraged. Again, he demanded 2,500 shekels, and again they refused. Before negotiations could continue, he locked all the doors automatically and retraced the route at breakneck speed, ignoring traffic lights and pedestrians. Were they being kidnaped to Beirut? No. He took them back to where they'd started and ungraciously kicked them out of his cab, yelling, „See how far your 2,200 shekels will get you now“. When Barry and John found another cab, the driver turned on his meter, and 2,200 shekels later they were home. Certainly the extra time was not worth the 300 shekels. But, in the end, the trip was worthwhile. After all, it's a great story. What went wrong? Perhaps it was a case of wounded pride. In retrospect, Barry and John might have paid more attention to the fact that the driver's girlfriend was sitting next to him in the front seat. Or perhaps the driver was simply crazy. Either way, Barry and John didn't push their game theory analysis quite far enough : next time, they'll get out of the taxi before discussing price. »

côté de l'offre sur ce marché. Nous traiterons dans la suite d'Uber comme firme représentative de ce nouveau type d'entrants rattachés au statut de VTC (Voiture de Transport avec Chauffeur), car c'est historiquement la première et actuellement semble-t-il la plus connue ainsi que la plus importante en France. De plus nous traiterons Uber comme fournissant un produit unique, ce qui ne tient pas compte de la différenciation que cette société propose en réalité (Uber WAV, UberLux, UberBlack, UberX et UberXL, UberPool).

La société Uber (initialement UberCab), créée en 2009 à San Francisco, propose des applications mobiles pour mettre en relation des conducteurs et des clients qui souhaitent se déplacer. En 2012, elle décide d'entrer sur le marché français du transport payant de personnes individuelles. Cette entrée fut possible car les taxis n'ont jamais été les seuls sur ce marché compte tenu de l'existence de voiture de grande et de petite remise. Cependant, depuis, cette coexistence pose de nombreuses difficultés comme en attestent aussi bien l'adoption de lois traitant de cette question en 2014 (loi n° 2014-1104 du 1er octobre 2014) et 2016 (loi n° 2016-1920 du 30 décembre 2016), que la saga judiciaire concernant Uber. Dès lors, afin de mieux comprendre la situation actuelle et les voies d'évolution possibles, cinq points doivent être rappelés.

Premièrement, alors que les licences de taxis (en nombre limité) ont initialement été accordées à titre gratuit par les autorités administratives, l'usage a historiquement peu à peu conduit à ce qu'un chauffeur de taxi puisse revendre celle-ci à son successeur : c'est la fameuse « faculté de présenter à titre onéreux un successeur ». La loi n° 95-66 du 20 janvier 1995 est venue reconnaître officiellement ce droit de vendre sa licence, ce qui en a drastiquement augmenté le prix puisque, par exemple à Paris, le prix moyen d'une licence est passé de 85 000 euros en 1995 à 250 000 euros en 2014. Les chauffeurs de taxis disposent donc depuis d'un réel droit de propriété sur leurs licences.

Deuxièmement l'idée d'un délai de réservation minimal, grâce auquel la coexistence entre les taxis et les chauffeurs Uber pourrait se faire en contraignant ces derniers à avoir un délai d'attente minimum de 15 minutes entre la commande par le client et sa prise en charge effective, tel qu'il avait été adopté par le décret n° 2013-1251 du 27 décembre 2013 a été, sur requêtes des sociétés Allocab, Voxtur, Transcovo et Snapcar, suspendue par l'ordonnance du 5 février 2014 du juges des référés du Conseil d'Etat. Ce dernier ayant notamment considéré qu'un tel dispositif porterait atteinte au principe de liberté du commerce et de l'industrie.

Troisièmement la loi de 2014 a modifié l'article L. 3121-2 du code des transports, lequel stipule désormais que toute licence délivrée postérieurement au 1er octobre 2014 est incessible et a une durée de validité de cinq ans, renouvelable dans des conditions fixées par décret. Ainsi il existe depuis deux catégories de taxis, ceux ayant une licence cessible contre rémunération et qui disposent donc d'un droit de propriété sur celle-ci, et ceux ayant une licence incessible, c'est-à-dire sans valeur.

Quatrièmement après l'introduction du service UberPop en 2014, application permettant à tout particulier de prêter avec son véhicule un service payant de transport de personnes individuelles sans être chauffeur professionnel, la loi de 2014 a interdit ce type de service et le Conseil constitutionnel, saisi d'une question prioritaire de constitutionnalité, a le 22 septembre 2015 confirmé la conformité à la Constitution de cette loi.

Enfin, cinquièmement, au-delà de ce contexte national, la Cour de Justice de l'Union Européenne (CJUE) siégeant en grande chambre a rendu en 2017 et en 2018 deux arrêts qui méritent d'être soulignés.

L'arrêt C-434/15 du 20 décembre 2017 répond à une demande préjudicielle émanant du tribunal de commerce n° 3 de Barcelone et consistant à savoir si les services fournis par Uber doivent être considérés comme étant : des services de transport, des services propres

à la société de l'information, ou une combinaison de ces deux services. La réponse de la CJUE est claire : ce sont des services de transport. En effet : « [...] il ressort des informations dont la Cour dispose que le service d'intermédiation d'Uber repose sur la sélection de chauffeurs non professionnels utilisant leur propre véhicule auxquels cette société fournit une application sans laquelle, d'une part, ces chauffeurs ne seraient pas amenés à fournir des services de transport et, d'autre part, les personnes désireuses d'effectuer un déplacement urbain n'auraient pas recours aux services desdits chauffeurs. De surcroît, Uber exerce une influence décisive sur les conditions de la prestation de tels chauffeurs. Sur ce dernier point, il apparaît notamment qu'Uber établit, au moyen de l'application éponyme, à tout le moins le prix maximum de la course, que cette société collecte ce prix auprès du client avant d'en reverser une partie au chauffeur non professionnel du véhicule, et qu'elle exerce un certain contrôle sur la qualité des véhicules et de leurs chauffeurs ainsi que sur le comportement de ces derniers, pouvant entraîner, le cas échéant, leur exclusion. Ce service d'intermédiation doit donc être considéré comme faisant partie intégrante d'un service global dont l'élément principal est un service de transport et, partant, comme répondant à la qualification non pas de « service de la société de l'information », au sens de l'article 1er, point 2, de la directive 98/34, auquel renvoie l'article 2, sous a), de la directive 2000/31, mais de « service dans le domaine des transports », au sens de l'article 2, paragraphe 2, sous d), de la directive 2006/123 » [§39 et 40]. En outre, dans le même arrêt, la Cour souligne également que : « [...] en l'état actuel du droit de l'Union, il revient aux États membres de réglementer les conditions de prestation des services d'intermédiation tels que celui en cause au principal dans le respect des règles générales du traité FUE » [§47]. Autrement dit, chaque Etat est dans ce domaine maître chez lui.

L'arrêt C-320/16 du 10 avril 2018 répond également à une demande préjudicielle. Elle émane du tribunal de grande instance de Lille et vise cette fois-ci à savoir si une réglementation nationale sanctionnant pénalement un système de mise en relation de clients et de personnes qui fournissent des prestations de transport routier de personnes à titre onéreux sans disposer d'une habilitation (en l'occurrence UberPop) relève des services de la société de l'information ou d'un service dans le domaine des transports. Reprenant son analyse de 2017, la Cour considère qu'un tel service relève du domaine des transports et qu'à ce titre l'article L. 3124-13 du code des transports français (prévoyant des sanctions pénales pour l'organisation illégale d'un système de mise en relation de clients avec des conducteurs non professionnels) ne contrevient pas au droit européen puisqu'il est exclu du champ d'application des directives.

Au vu de ces éléments, le marché français du transport payant de personnes individuelles est actuellement organisé autour de quatre types d'acteurs du côté de l'offre : les taxis, les VTC, les véhicules LOTI (véhicule de transport collectif léger, issu de la loi n° 82-1153 du 30 décembre 1982), et les motos-pros (véhicule motorisé à 2 ou 3 roues) dit VMDTR (véhicule motorisé à deux ou trois roues). Sans prétendre en faire une comparaison exhaustive², il est possible en suivant la DGCCRF (Direction Générale de la Concurrence, de la Consommation et de la Répression des Fraudes) (DGCCRF [2019]) de distinguer les différences essentielles entre ces opérateurs sur la base de trois critères. Tout d'abord, au niveau des *caractéristiques des véhicules* : 1/ les taxis, les VTC et les LOTI ont au maximum 9 places alors que les motos-pros ne peuvent transporter qu'un seul passager, et 2/ tous ces véhicules disposent de signes distinctifs différents, ce qui leur permet également de ne pas être confondus avec ceux ayant des activités non-professionnelles

²Nous renvoyons le lecteur intéressé par ce point au rapport IGAS et CGEDD [2018] et, en particulier à ses annexes détaillées.

(covoiturage, activité illicite, etc.). Ensuite, au niveau des obligations portant sur *les conducteurs* : 1/ ils sont tous soumis à une visite médicale périodique, 2/ les taxis, les VTC et les motos-pros doivent réussir un examen avant de pouvoir exercer et sont astreints à suivre tous les cinq ans une formation continue au sein d'un organisme agréé par l'Etat, 3/ les casiers judiciaires des taxis, VTC et motos-pros sont vérifiés, 4/ l'Etat délivre aux taxis, VTC et motos-pros une carte professionnelle qui doit être apposée sur le pare-brise du véhicule, et 5/ les LOTI exercent leur activité sous le contrôle d'un gérant qui doit suivre une formation obligatoire, réussir un examen et qui voit également son casier judiciaire vérifié. Enfin, au niveau du *prix de la course* : 1/ le prix de la course n'est généralement pas connu ex ante dans le cas des taxis mais il est réglementé et déterminé par un taximètre, 2/ le prix pour les autres opérateurs est librement fixé par le transporteur et peut être connu *ex ante*.

5 Une illustration : Besançon

Afin d'exposer le caractère opérationnel de notre modélisation et d'offrir une illustration du type de résultats auxquels elle peut conduire, nous avons choisi de présenter le cas des chauffeurs de taxis dans la ville de Besançon. Nous ne prétendons pas ici fournir une analyse empirique pertinente de ce marché, mais simplement fournir ce que les industriels appellent un « démonstrateur technologique ». Le choix de la ville de Besançon s'est effectué sur la base de notre localisation géographique professionnelle, ainsi que sur le fait qu'il s'agit d'une ville française de taille moyenne (65,1 km² de superficie et 116 466 habitants en 2016 selon l'INSEE [2019]).

A Besançon, il y a 44 chauffeurs de taxi. Nous considérons ici un pas de temps mensuel, un marché de 50 000€ (ce qui équivaut à 1137€ nets par mois pour chacun des taxis présents à la première période) et un taux d'actualisation de 0.5%. Étant donné le fait que les LOTI et les VMDTR représentent une part négligeable dans la plupart des villes, comme Besançon, nous ne considérerons ici que les taxis et les VTC.

Nous pouvons observer plusieurs faits intéressants à travers les sept graphiques qui constituent cette illustration numérique. Chaque figure représente le gain cumulé d'un joueur présent dès le départ du jeu en fonction du temps. Dans le cas d'arrivées aléatoires de joueurs, on pourrait penser que seul compte le nombre moyen de nouveaux à chaque pas de temps. Les Figures 1 et 6 montrent que ce n'est pas le cas et la manière dont arrivent les nouveaux joueurs importe. En effet, à moyenne constante, l'arrivée de nouveaux joueurs modélisée par une loi binomiale, géométrique ou Poisson ne donne pas les mêmes résultats. Nous pouvons faire le même type de remarque concernant la distribution qui modélise le profil d'un nouveau joueur. Les Figures 4 et 7 s'intéressent à des nouveaux joueurs qui vont gagner en moyenne autant qu'un joueur présent au départ. Nous remarquons cependant que les résultats ne sont également pas les mêmes selon la distribution choisie, à savoir uniforme continue, uniforme discrète ou exponentielle. Les trois autres figures permettent d'illustrer des résultats plus attendus. La Figure 2 montre simplement que plus un bon joueur gagne en profit à chaque pas temps, plus son revenu final sera élevé. Les Figures 5 et 5 illustrent le fait que plus le nombre de bons joueurs est élevé, moins un bon joueur gagnera au final.

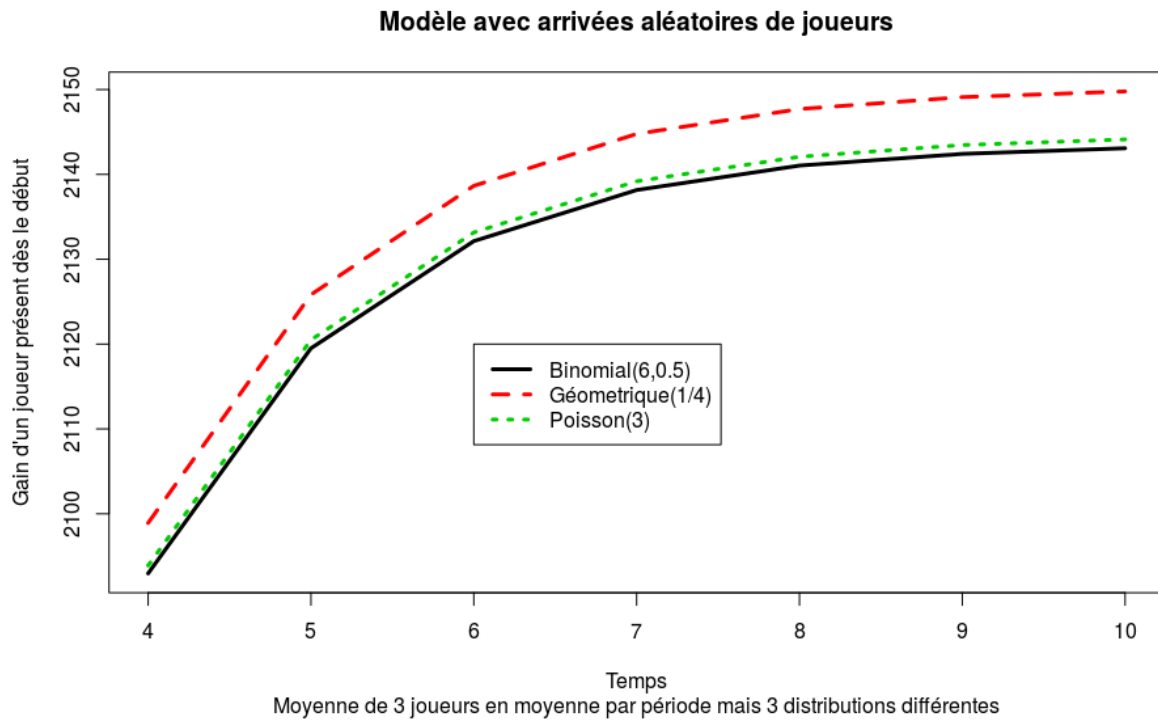


FIGURE 1 – Modèle de la Section 3.1, avec un nombre de joueurs aléatoire mais identiques

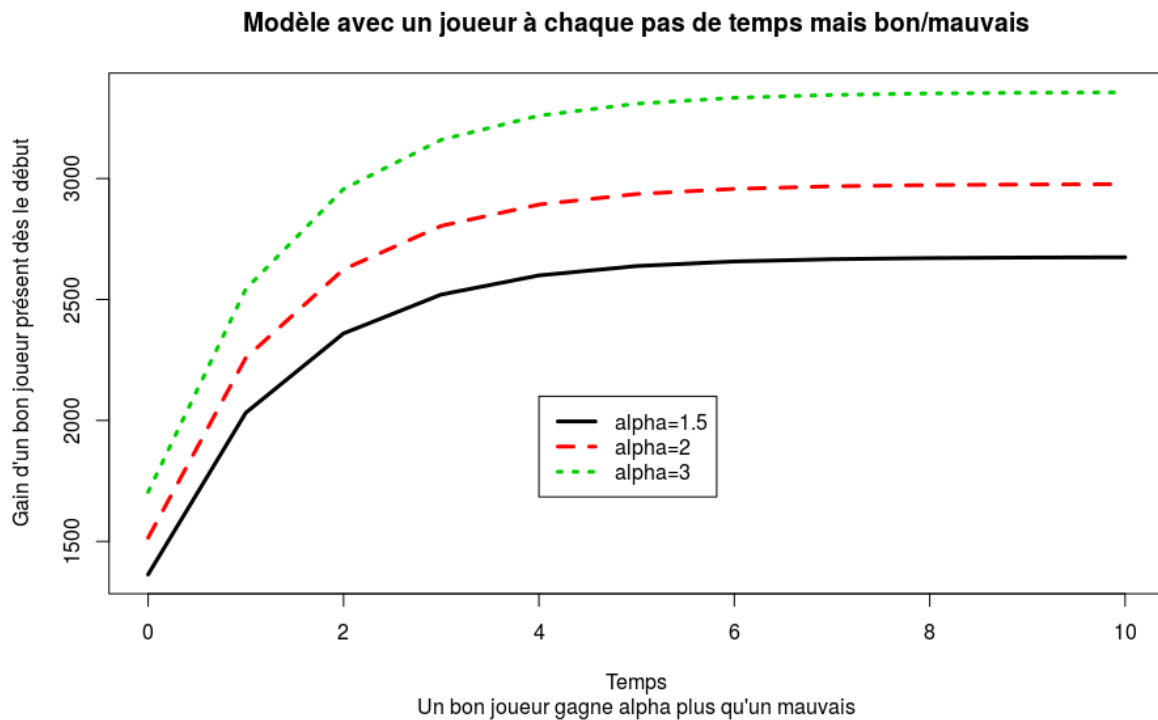


FIGURE 2 – Modèle de la Section 2.1, avec arrivée certaine d'un joueur à chaque pas de temps mais avec un profil différent. Profil qui détermine le gain à chaque pas de temps, un bon joueur gagnant α plus que le premier. La situation initiale est de 22 bons joueurs et de 22 mauvais joueurs et la probabilité d'être un bon joueur à 0.2.

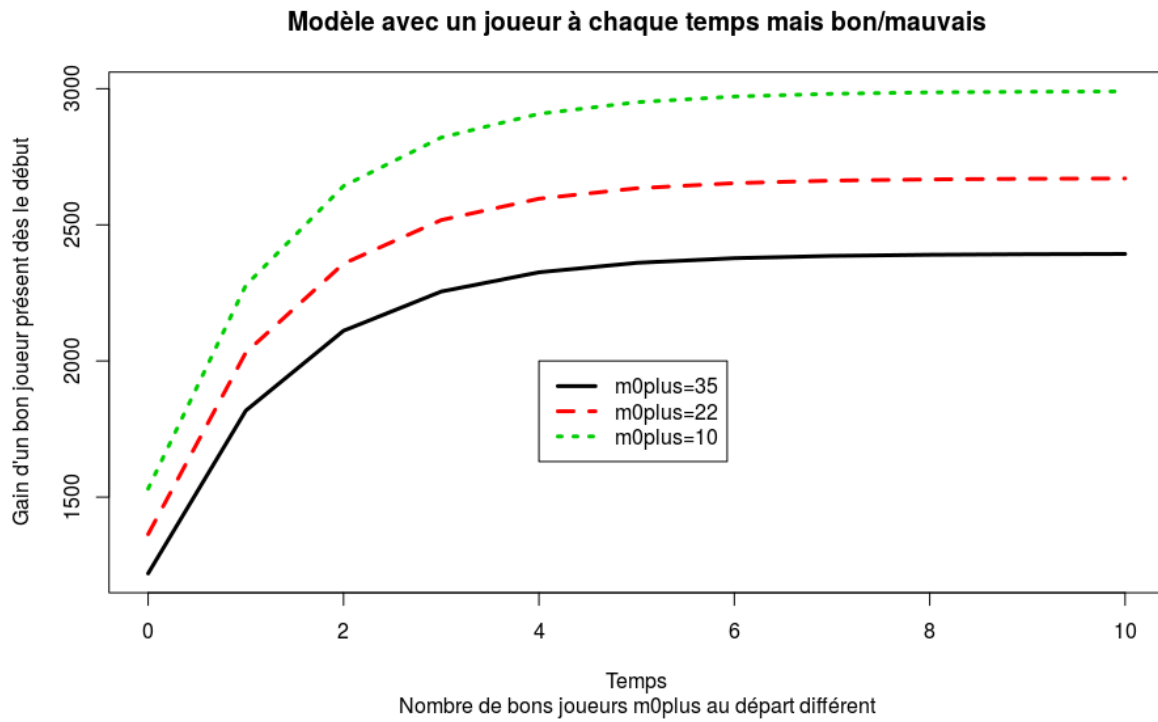
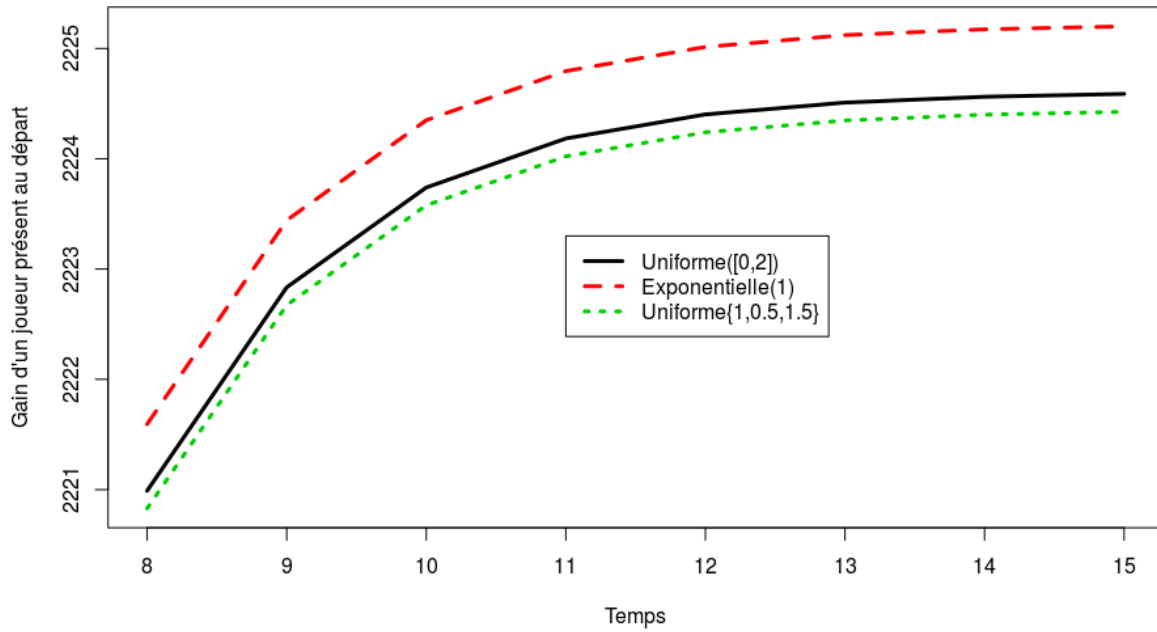


FIGURE 3 – Modèle de la Section 2.1, avec arrivée certaine d'un joueur à chaque pas de temps mais avec un profil différent. Profil qui détermine le gain à chaque pas de temps, un bon joueur gagnant α plus que le premier. Ici α est fixé à 1.5 et la probabilité d'être un bon joueur à 0.4.

Modèle avec un nouveau joueur à chaque période mais un profil différent



Profil aléatoire d'un nouveau joueur modélisé par 3 distributions différentes mais en moyenne aussi bon qu'un joueur initial

FIGURE 4 – Modèle de la Section 2.2, avec arrivée certaine d'un joueur à chaque pas de temps mais avec un profil différent. Profil qui détermine le gain à chaque pas de temps, facteur multiplicatif aléatoire par rapport à un joueur initial. Ici trois cas différents sont tracés pour cette variable aléatoire.

Modèle avec nombre aléatoire (Binomiale(6,0.5)) de nouveaux joueurs à chaque pas temps, avec un profil bon/mauvais

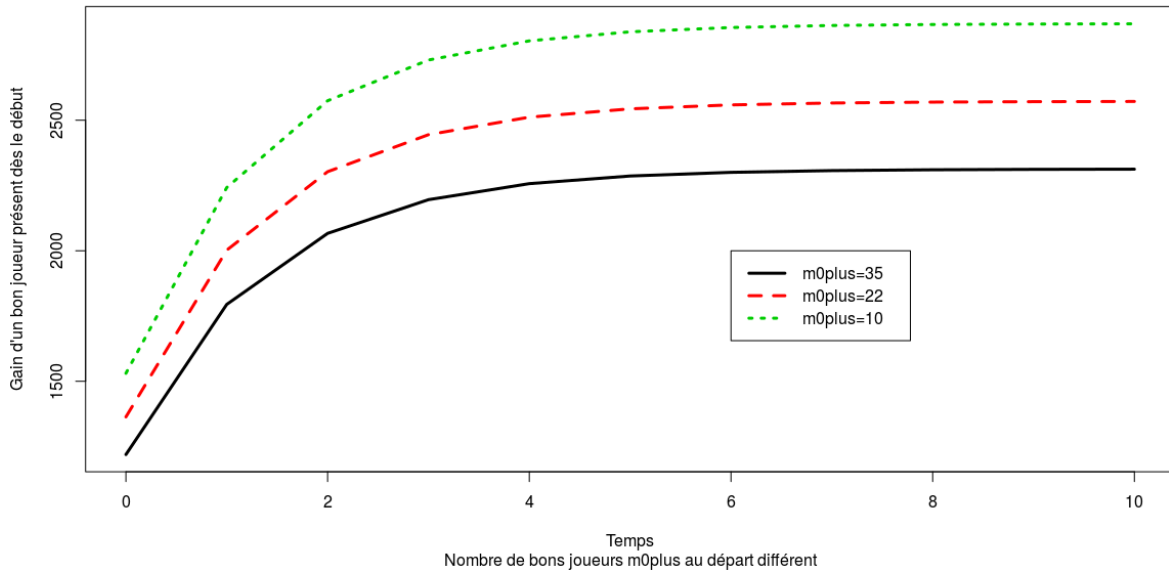


FIGURE 5 – Modèle de la Section 3.2.1, avec arrivées aléatoires de joueurs à chaque pas de temps (ici loi binomiale de paramètres 6 et 0.5) mais avec un profil différent. Profil qui détermine le gain à chaque pas de temps, un bon joueur gagnant α plus que le premier. Ici α est fixé à 1.5 et la probabilité d'être un bon joueur à 0.5.

Modèle avec nombre aléatoire de nouveaux joueurs à chaque pas temps, avec un profil bon/mauvais

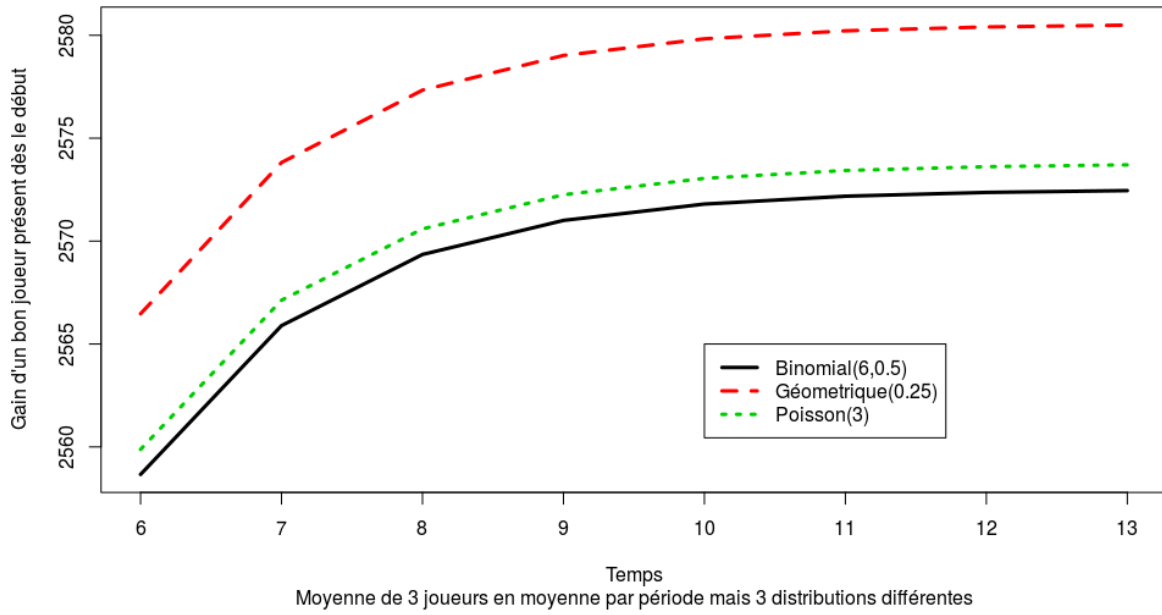


FIGURE 6 – Modèle de la Section 3.2.1, avec arrivée aléatoire (3 cas différents) d'un joueur à chaque pas de temps mais avec un profil différent. Profil qui détermine le gain à chaque pas de temps, un bon joueur gagnant $\alpha = 0.5$ plus que le premier. La situation initiale est de 22 bons joueurs et de 22 mauvais joueurs et la probabilité d'être un bon joueur à 0.5.

Modèle avec un nombre de joueurs aléatoire (Poisson(10)) à chaque période mais un profil différent

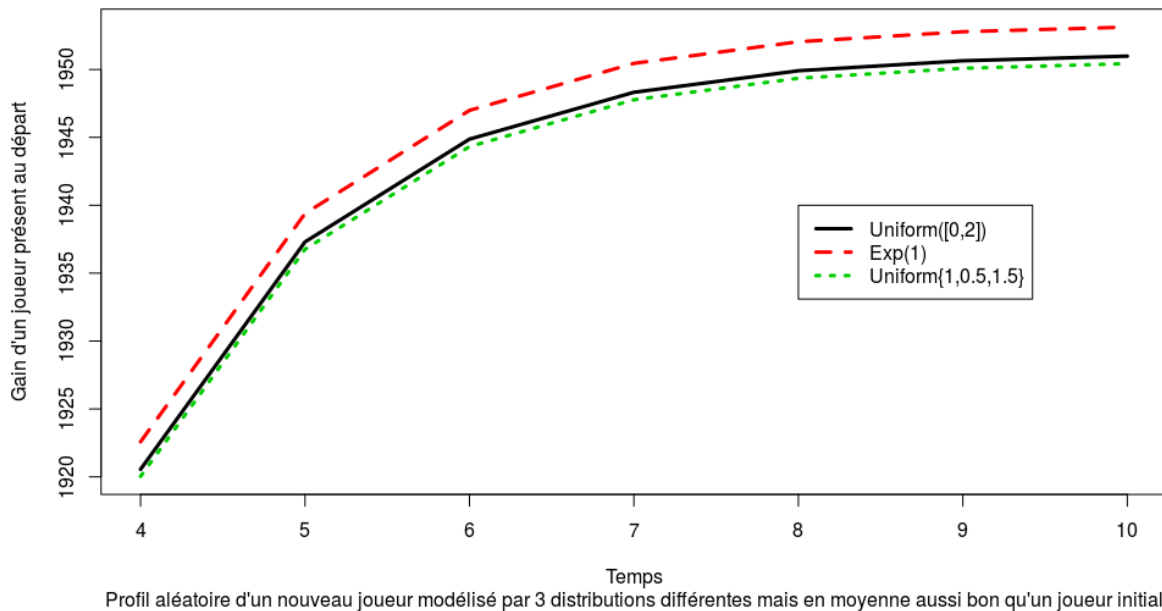


FIGURE 7 – Modèle de la Section ??

6 Conclusion

Cet article nous semble fournir des éléments de réponses, mais surtout une méthode, quant à la question de savoir quels seraient les impacts d'un alignement des contraintes légales entre les taxis et les VTC.

Notre modélisation actuelle rencontre cependant, en particulier du fait de l'absence de données (quantitatives et qualitatives) constatée notamment par le rapport IGAF et CGEDD [2018], un certain nombre de limites. Nous avons conscience d'au moins cinq d'entre elles. La première provient du fait que dans notre cadre la taille du marché (i.e la demande) est constante et exogène, ce qui signifie que nous ne prenons en compte ni les variations liées aux saisons ou à certains événements (e.g le Festival de Cannes), ni les changements qui pourraient être liés aux arrivées de nouveaux entrants. La deuxième limite est liée au fait que nous n'avons pas de modélisation de la décision d'entrée. La troisième limite tient à ce que dans ce modèle il n'y a pas de sorties (ni de ceux qui étaient présents à la première étape, ni de ceux qui arrivent ensuite). Autrement dit, nous considérons que le taux de défaillance est nul et qu'il n'y a pas de contraintes financières, telle que celle liée à la location du véhicule. La quatrième limite provient de l'hypothèse implicite selon laquelle le type de chaque agent est constant dans tout le jeu. Enfin, la cinquième et dernière limite, est celle relative à notre hypothèse de connaissance commune du processus stochastique concernant l'entrée sur le marché. Avec des données, en l'état de nos connaissances, nous saurions offrir une réponse quant à la critique portant sur la constance et le caractère exogène du marché, et à celle relative à l'absence de sorties

Enfin, même s'il est possible que la question que nous posons concernant les taxis et les VTC perde peu à peu de sa pertinence avec l'arrivée de la voiture autonome, nous pensons que ce type de modélisation pourrait être utilisé dans le cadre de l'étude des oligopoles mixtes (public/privé), ainsi que dans celui de l'analyse de plusieurs professions réglementées. A titre d'illustration nous pensons, par exemple, aux relations entre géomètres-experts et géomètres-topographes, ou aux relations entre médecins et pharmaciens pour certains actes, tel que la vaccination contre la grippe.

7 Annexes

7.1 Preuve de la Proposition 2.1

Preuve.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0^+] &= \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T r^t c_+(t) \right] = \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T \frac{\alpha c r^t}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + t} \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\frac{1}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + t} \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\int_0^1 x^{(\alpha-1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + t - 1} dx \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) + t - 1} \mathbb{E} \left[(x^{\alpha-1})^{n_+} (t) \right] dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) + t - 1} (1 - q + qx^{\alpha-1})^t dx, \\
&= \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \sum_{t=0}^T (rx(1 - q + qx^{\alpha-1}))^t dx, \\
&= \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \frac{1 - (rx(1 - q + qx^{\alpha-1}))^{T+1}}{1 - rx(1 - q + qx^{\alpha-1})} dx.
\end{aligned}$$

□

7.2 Preuve de la Proposition 2.4

Preuve.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0] &= \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T r^t c_0(t) \right] = \mathbb{E} \left[c + \sum_{i=1}^T \frac{c r^t}{m(0) + \sum_{i=1}^t \beta_i} \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \mathbb{E} \left(\int_0^1 x^{m(0) + \sum_{i=1}^t \beta_i + 1} dx \right) \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0) - 1} \mathbb{E} \left(x^{\sum_{i=1}^t \beta_i} \right) dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0) - 1} (\mathbb{E} x^\beta)^t dx \right], \\
&= c \left[1 + \int_0^1 x^{m(0) - 1} \sum_{t=1}^{+\infty} (r M_\beta(\ln(x)))^t dx \right], \\
&= c \int_0^1 x^{m(0) - 1} \sum_{t=0}^T (r M_\beta(\ln(x)))^t dx, \\
&= c \int_0^1 x^{m(0) - 1} \frac{1 - (r M_\beta(\ln(x)))^{T+1}}{1 - r M_\beta(\ln(x))} dx.
\end{aligned}$$

□

7.3 Preuve de la Proposition 3.1

Preuve.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0] &= \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T \frac{cr^t}{m(t)} \right] = \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T \frac{cr^t}{m(0) + n(t)} \right] \\
&= c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\frac{1}{m(0) + n(t)} \right] = c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\int_0^1 x^{m(0)+n(t)-1} dx \right] \\
&= c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \mathbb{E} [x^{n(t)}] dx = c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} G_{n(t)}(x) dx,
\end{aligned}$$

où $G_{n(t)}(x)$ est la fonction génératrice de $n(t)$. Nous avons également

$$\begin{aligned}
G_{n(t)}(x) &= \mathbb{E} [x^{n(t)}] = \mathbb{E} [x^{\sum_{i=1}^t N_i}] \\
&= (\mathbb{E} [x^{N_1}])^t = (G_N(x))^t.
\end{aligned}$$

Comme $0 < r < 1$ et $0 \leq G_N(x) \leq 1$ pour $0 \leq x \leq 1$, donc $0 \leq rG_N(x) < 1$, d'où

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0] &= c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} (G_N(x))^t dx = c \int_0^1 x^{m(0)-1} \sum_{t=0}^T (rG_N(x))^t dx \\
&= c \int_0^1 x^{m(0)-1} \frac{1 - (rG_N(x))^{T+1}}{1 - rG_N(x)} dx.
\end{aligned}$$

□

7.4 Preuve de la Proposition 3.4

Preuve.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0^+] &= \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T r^t c_+(t) \right] = \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T \frac{\alpha c r^t}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + n(t)} \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\frac{1}{(\alpha - 1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + n(t)} \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \mathbb{E} \left[\int_0^1 x^{(\alpha-1)n_+(t) + \alpha m_+(0) + m_-(0) + n(t) - 1} dx \right], \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left[x^{(\alpha-1)n_+(t) + n(t)} \right] dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ \mathbb{E} \left[x^{(\alpha-1)n_+(t) + n(t)} \mid n(t) \right] \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ x^{n(t)} \mathbb{E} \left[x^{(\alpha-1)n_+(t)} \mid n(t) \right] \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ x^{n(t)} \mathbb{E} \left[(x^{\alpha-1})^{n_+(t)} \mid n(t) \right] \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ x^{n(t)} (1 - q + qx^{\alpha-1})^{n(t)} \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ (x(1 - q + qx^{\alpha-1}))^{n(t)} \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^{+\infty} r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \mathbb{E} \left\{ (x(1 - q + qx^{\alpha-1}))^{\sum_{i=1}^t N_i} \right\} dx, \\
&= \alpha c \sum_{t=0}^T r^t \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \{G_N((1 - q)x + qx^\alpha)\}^t dx, \\
&= \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \sum_{t=0}^T \{rG_N((1 - q)x + qx^\alpha)\}^t dx, \\
&= \alpha c \int_0^1 x^{\alpha m_+(0) + m_-(0) - 1} \frac{1 - (rG_N((1 - q)x + qx^\alpha))^{T+1}}{1 - rG_N((1 - q)x + qx^\alpha)} dx.
\end{aligned}$$

□

7.5 Preuve de la Proposition 3.7

Preuve.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Pi_0^+] &= \mathbb{E} \left[\sum_{t=0}^T r^t c_0(t) \right] = \mathbb{E} \left[c + \sum_{t=1}^T \frac{cr^t}{m(0) + \sum_{i=1}^t \sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)}} \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \mathbb{E} \left(\int_0^1 x^{m(0) + \sum_{i=1}^t \sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)} - 1} dx \right) \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \mathbb{E} \left(x^{\sum_{i=1}^t \sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)}} \right) dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \prod_{i=1}^t \mathbb{E} \left(x^{\sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)}} \right) dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \prod_{i=1}^t \mathbb{E} \left\{ \mathbb{E} \left[x^{\sum_{k_i=1}^{N_i} \beta_i^{(k_i)}} \mid N_i \right] \right\} dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \prod_{i=1}^t \mathbb{E} \left\{ \mathbb{E} [x^\beta]^{N_i} \right\} dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \prod_{i=1}^t \mathbb{E} \left\{ M_\beta(\ln(x))^{N_i} \right\} dx \right], \\
&= c \left[1 + \sum_{t=1}^T r^t \int_0^1 x^{m(0)-1} \prod_{i=1}^t G_N(M_\beta(\ln(x))) dx \right], \\
&= c \left[1 + \int_0^1 x^{m(0)-1} \sum_{t=1}^{+\infty} (rG_N(M_\beta(\ln(x))))^t dx \right], \\
&= c \int_0^1 x^{m(0)-1} \sum_{t=0}^T (rG_N(M_\beta(\ln(x))))^t dx, \\
&= c \int_0^1 x^{m(0)-1} \frac{1 - (rG_N(M_\beta(\ln(x))))^{T+1}}{1 - rG_N(M_\beta(\ln(x)))} dx.
\end{aligned}$$

□

Références bibliographiques

- ALLÈGRE G. [2015], “Taxis, VTC : à qui profite la rente ?”, *L'économie Française (OFCE)*, Repères, p. 104–108.
- BALAFOUTAS L., BECK A., KERSCHBAMER R. ET SUTTER M. [2013], “What drives taxi drivers? A field experiment on fraud in a market for credence goods”, *Review of Economic Studies*, 80(3), p. 876–891.
- BÉAL S. ET GABUTHY Y. [2018], *Théorie des jeux coopératifs et non coopératifs*, De Boeck.
- BERNHARD P. ET DESCHAMPS M. [2016], “Dynamic equilibrium in games with randomly arriving players”, Working Paper CRESE, disponible à l'adresse : <https://ideas.repec.org/p/crb/wpaper/2016-10.html>
- BERNHARD P. ET DESCHAMPS M. [2017], “On dynamic games with randomly arriving players”, *Dynamic Games and Applications*, 7(3), p. 360–385.
- CAE [2015], “Économie numérique”, disponible à l'adresse : <http://www.cae-eco.fr/IMG/pdf/cae-note026.pdf>
- CAMERER C., BABCOCK L., LOEWENSTEIN G. ET THALER R. [1997], “Labor supply of New-York city cabdrivers : one day at a time”, *Quarterly Journal of Economics*, 112(2), p. 407–441.
- CRAMER J. ET KRUEGER A. [2016], “Disruptive change in the taxi business : the case of Uber”, *American Economic Review*, 106(5), p. 177–182.
- COHEN P., HAHN R., HALL J., LEVITT S. ET METCALFE R. [2016], “Using big data to estimate consumer surplus : the case of Uber”, Working Paper NBER n° 22627., disponible à l'adresse : <https://www.nber.org/papers/w22627>
- CREDOC [2019], “Baromètre du numérique”, disponible à l'adresse : <https://www.credoc.fr/publications/barometre-du-numerique-2019>
- DE VANY A. [1975], “Capacity utilization under alternative regulatory restraints : an analysis of taxi markets”, *Journal of Political Economy*, 83(1), p. 83–94.
- DELPLA J. ET WYPLOSZ CH. [2007], *La fin des privilèges*, Hachette.
- DGCCRF [2019], “Taxis, VTC, LOTI, motos-pro : ce qu'il faut savoir”, disponible à l'adresse : <https://www.economie.gouv.fr/dgccrf/consommation/conso-par-secteur/voyage/Voyager-en-taxi-e>
- FARBER H. [2005], “Is tomorrow an another day ? The labor supply of New-York cabdrivers”, *Journal of Political Economy*, 113(1), p. 46–82.
- FARBER H. [2008], “Reference dependent preferences and labor supply : the case of New York city taxi drivers”, *American Economic Review*, 98(3), p. 1069–1082.
- FARBER H. [2015], “Why you can't find a taxi in the rain and other labor supply lessons from cab drivers”, *Quarterly Journal of Economics*, 130(4), p. 1975–2026.
- FRÉCHETTE G., LIZZERI A. ET SALZ T. [2019], “Frictions in a competitive, regulated market : evidence from taxis”, *American Economic Review*, 109(8), p. 2954–2992.
- GALLICK E. ET SICK CH. [1987], “A reconsideration of taxi regulation”, *Journal of Law, Economic and Organization*, 3(1), p. 117–128.
- GOLDFARB A. ET TUCKER C. [2019], “Digital economics”, *Journal of Economic Literature*, 57(1), p. 3–43.

- IGAS ET CGEDD [2018], “La régulation du secteur des voitures de transport avec chauffeur et des taxis”, disponible à l’adresse :
<http://www.igas.gouv.fr/spip.php?article720>
- INSEE [2019], “Commune de Besançon (25056)”, disponible à l’adresse :
<https://www.insee.fr/fr/statistiques/2011101?geo=COM-25056>
- JACKSON C. ET SCHNEIDER H. [2019], “Do social connections reduce moral hazard? Evidence from the New York city taxi industry”, *American Economic Journal : applied economics*, 3(3), p. 244–267.
- LEMOINE PH. [2019], “Transformation numérique de l’économie”, disponible à l’adresse :
<https://www.economie.gouv.fr/rapport-lemoine-sur-transformation-numerique-economie>
- LEVIN D. ET OZDENOREN E. [2004], “Auctions with uncertain number of bidders”, *Journal of Economic Theory*, 118(2), p. 229–251.
- MYERSON R. [1998a], “Population uncertainty and Poisson games”, *International Journal of Game Theory*, 27(3), p. 375–392.
- MYERSON R. [1998b], “Extended Poisson games and the Condorcet jury theorem”, *Games and Economic Behavior*, 25(1), p. 111–131.
- MYERSON R. [2000], “Large Poisson games”, *Journal of Economic Theory*, 94(1), p. 7–45.
- NOGUELLOU R. ET RENDERS D. (EDS) [2018], *Uber & taxis : comparative law studies*, Bruylant.
- NOGUELLOU R. [2018], “Regulation in France”, in Noguellou R. et Renders D. (eds).
- ÖSTLING R., WAND J., CHOU E. ET CAMERER C. [2011], “Testing game theory in the field : swedish LUPI lottery games”, *American Economic Journal : Microeconomics*, 3(3), p. 1–33.
- PAPAYANIS N. [1986], “Un secteur des transports parisiens : le fiacre, de la libre entreprise au monopole (1790-1855)”, *Histoire, économie & société*, 5–4, p. 559–572.
- ROTH A. [2017], *Les marchés où l’argent ne fait pas la loi. Des conceptions innovantes pour des appariements efficaces*, De Boeck.
- SCHROETER J. [1983], “A model of taxi service under fare structure and fleet size regulation”, *Bell Journal of Economics*, 14(1), p. 81–96.
- THAKRAL N. ET TÔ L [2020], “Daily labor supply and adaptative reference points”, à paraître dans *American Economic Review*, disponible à l’adresse :
<https://scholar.harvard.edu/files/linhto/files/taxi.pdf>
- VARIAN H. ET SHAPIRO C. [1999], *Économie de l’information. Guide stratégique de l’économie des réseaux*, De Boeck.